Concursul Interjudeţean de Matematică "Cristian S. Calude"

Proba pe echipe, clasele IX-XII

27 octombrie 2013

Soluţii

BARAJUL I

Problemă. Intr-un reper cartezian xOy se consideră punctele $A_{ij}(i,j)$, unde $1 \le i \le 5,\ 1 \le j \le 5$. Să se determine numărul triunghiurilor care au ca vârfuri trei dintre punctele date.

Soluţie: Există 25 puncte. Numărul mulţimilor formate din câte 3 puncte este $\frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{6} = 2300$. Pentru a găsi numărul triunghiurilor, trebuie să eliminăm mulţimile formate din puncte coliniare. Pe fiecare linie, coloană şi diagonală sunt câte 10 mulţimi de puncte coliniare. În total 120 de mulţimi.

Pe $[A_{21}A_{54}]$ sunt 4 mulţimi de puncte coliniare şi încă 3 ca acesta. În total 16 mulţimi.

Pe $[A_{11}A_{35}]$ există o singură mulţime şi încă 11 ca acesta. În total 12 mulţimi.

Pe $[A_{13}A_{31}]$ există o singură mulţime şi încă 3 ca acesta. În total 4 mulţimi.

Astfel, numărul mulţimilor care trebuie eliminat este $10 \cdot 12 + 12 + 4 + 16 = 152$.
Rămân 2300-152=2148 de triunghiuri.

Răspuns: 2148.